

文章编号:2095-6134(2015)02-0166-06

# 均匀磁场中初始静止的液态金属 在电流作用下三维运动的数值研究<sup>\*</sup>

王进进, 张 杰, 倪明玖<sup>†</sup>

(中国科学院大学物理学院, 北京 101408)

(2014 年 4 月 25 日收稿; 2014 年 5 月 21 日收修改稿)

Wang J J, Zhang J, Ni M J. Numerical study of 3D motion of initially static liquid metal with steady horizontal current injected in a uniform magnetic field[J]. Journal of University of Chinese Academy of Sciences, 2015, 32(2):166-171.

**摘 要** 液态金属在磁场中运动的研究在理论和应用方面都具有重要的意义. 本文建立了在均匀磁场中初始时刻静止的液态金属流体的物理模型, 并向其中通入水平方向的电流. 采用数值方法研究当存在沿竖直方向的、沿水平方向且平行于电流方向和沿水平方向且垂直于电流方向的外加磁场三种情况下金属流体的三维运动特性. 分析发现, 电磁场的耦合作用会使原本静止的液态金属失稳并开始运动, 还会从自由表面生发出大量的二次液块甚至细小的液滴. 磁场的方向和强度、电流的方向和密度均会影响金属流体的运动形态.

**关键词** 液态金属流动; 均匀磁场; 恒定电流; 数值模拟

中图分类号: O361.3 文献标志码: A doi:10.7523/j.issn.2095-6134.2015.02.004

## Numerical study of 3D motion of initially static liquid metal with steady horizontal current injected in a uniform magnetic field

WANG Jinjin, ZHANG Jie, NI Mingjiu

(School of Physics, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 101408, China)

**Abstract** Study on liquid metal motion in an applied magnetic field is of significance in theory and application. A model of initially static liquid metal in a uniform magnetic field is set up. A steady horizontal current is injected into the liquid metal and the 3D flow afterwards is numerically studied. Different magnetic field directions are considered in this work. Observations are given that electromagnetic (EM) field coupling leads to instability of the liquid metal, and the free surface is draped and distorted. A lot of minor liquid breakup masses and droplets are separated from the surface when the EM field is strong enough. Different strengths and directions of the EM fields can bring about quite different situations.

**Key words** liquid metal flow; uniform magnetic field; steady current; numerical simulation

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(11125212)和科技部 ITER 专项(2013GB114001)资助

<sup>†</sup> 通信作者, E-mail: mjni@ucas.ac.cn

托卡马克装置是目前最有前景的磁约束受控聚变反应堆,其中,第一壁和偏滤器是磁约束聚变堆的关键部件,其作用是将高温等离子体与真空室隔开,防止高能中子直接撞击到室壁上,同时还可以传递聚变产生的热量,并有助于维持良好的边界等离子体环境。使用液态金属自由表面作为聚变堆部件早在 20 世纪 70 年代就有人提出<sup>[1-2]</sup>。之后 Abdou 等提出在第一壁和偏滤器上应用液态金属薄膜流动保护面对等离子体部件<sup>[3]</sup>。近年来,无寿命限制、表面无中子辐照损伤、易于循环更新、具有自修复能力的流动液态锂壁的概念受到国际上的广泛关注<sup>[4-6]</sup>。

液态金属第一壁研发的核心科学问题之一是多物理场耦合下的液态金属磁流体力学效应。磁流体力学(magnetohydrodynamics, MHD)是流体力学的一个分支,其研究内容涉及磁场对处于其中的导电流体的作用<sup>[7]</sup>。强磁场的作用会在流动的液态金属中产生很强的电磁力,这种 MHD 效应对液态金属自由表面不稳定性产生影响,造成液态金属流动受阻、飞溅等问题。在美国通用原子能公司建成的托卡马克实验装置 DIII-D 上观察到的飞溅出的金属流体造成等离子体的破裂<sup>[8]</sup>。研究人员对液态金属在电流和磁场耦合作用下的表现进行了研究。Gao 等通过数值模拟研究二维情况下空间分布不均匀的磁场中液态金属的流动情况,发现磁场梯度会抑制流动并使其不稳定,但是在流体内部通入沿流向的电流则有稳定和驱动流动的作用<sup>[9]</sup>。这种电流驱动稳定液态金属自由表面的方法只有在磁场强度沿流向变小的情况下才适用。Morley 等利用 HIMAG 算法粗略模拟初始静止的液态锂池中流体在等离子体驱动电流作用下的 MHD 状况<sup>[10]</sup>,验证了早先的 DiMES 实验中观察到的初始静止的液态锂在磁场和电流作用下发生溅射的现象。至今研究人员仍未找到一种有效控制 MHD 不稳定性的方法以实现液态金属第一壁的安全有效运行。

本文基于这样的科学和工程背景,采用数值模拟的方法研究处在均匀磁场中的初始时刻静止的液态金属在电流作用下的三维运动这一物理问题。

## 1 物理模型及数值方法

本文采用数值模拟的方法研究向处于均匀磁

场中静止的液态金属中通入电流后的金属流体的运动情况。金属流体被置于结构如图 1 所示的密闭容器中的下部区域 II 内。初始时刻处于容器上部开口较大的区域 I ( $L_x \times L_y \times L_z = 3\text{m} \times 1\text{m} \times 3\text{m}$ )中的非金属流体 1(等离子体)和下部开口小的区域 II ( $L_x \times L_y \times L_z = 1\text{m} \times 1\text{m} \times 1\text{m}$ )中的液态金属流体 2(液态锂)均处于静止状态,区域 II 的中心处坐标为(0, 0, 0)。2 种流体互相接触且不互溶。所有边界都满足无滑移无渗透的条件。除区域 II 垂直  $z$  方向的 2 个边界面外,其他所有边界均绝缘。表 1 给出了 2 种流体的部分物性参数。 $\gamma$  表示表面张力系数。在本文中假设 2 种流体的各项物性参数均为各向同性的。 $t = 0$  时刻开始沿着  $-z$  方向从区域 II 的整个导电边界向金属流体中通入恒定的电流。当存在外加磁场时,流体会发生 MHD 运动。初始时刻电流线严格沿  $-z$  方向。在本文中考虑重力的影响,重力沿  $y$  方向向下。文中未标注单位的地方均使用 SI。

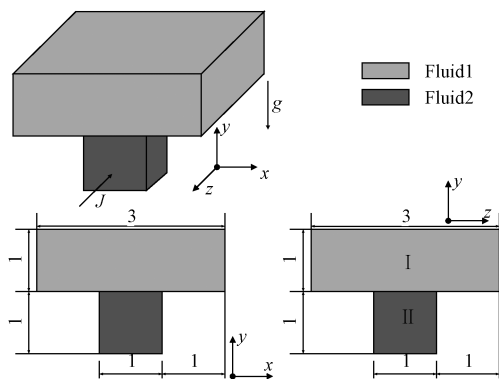


图 1 物理模型示意图

Fig. 1 Sketch of computational domain

当存在外加磁场  $\mathbf{B}$  时,上述金属流体运动的控制方程用不可压 Navier-Stokes 方程表述:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -p + \nabla \cdot 2\mu \mathbf{D} + \mathbf{E}_L + \mathbf{F}_s, \quad (2)$$

其中,  $\rho$  是流体密度,  $\mu$  表示动力粘性系数,  $\mathbf{u}$  和  $p$  分别为速度和压力,  $\mathbf{D}$  表示变形张量,形式为  $\mathbf{D} = (\nabla \mathbf{u} + \nabla^T \mathbf{u})/2$ 。在洛伦兹力源项中,  $\mathbf{J}$  和  $\mathbf{B}$  分别表示电流密度和应用磁场。在实验条件下,由于金属流体的磁雷诺数很小,诱导磁场相对外加磁场很小,可忽略不计<sup>[11]</sup>,因此,可以根据欧姆定律和电荷守恒定律来计算电磁力:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (3)$$

$$\boldsymbol{J} = \sigma (-\nabla\varphi + \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{B}), \tag{4}$$

$\sigma$  和  $\varphi$  分别为流体导电系数和电势.

本文使用的数值模拟工具在求解电场时,将相容守恒格式<sup>[12]</sup> 扩展到自适应网格 (adaptive Mesh refinement, AMR) 下,计算网格面上的电流密度和电势梯度,保证了不同层网格间的相容性和守恒性. 在求解带洛伦兹力的 N-S 方程时,本工具采用的是两步投影法<sup>[13]</sup>. 这样的数值模拟方法在进行 MHD 两相流模拟时具有很高的精确性<sup>[14]</sup>.

表 1 流体的物性参数

Table 1 Physical properties of the working fluids				
	$\rho / (\text{kg/m}^3)$	$\mu / (\text{Pa}\cdot\text{s})$	$\sigma / (\text{S/m})$	$\gamma / (\text{N/m})$
流体 1	0.746	$2.6 \times 10^{-5}$	$10^3$	0.39
流体 2	515	$5.7165 \times 10^{-4}$	$3.623 \times 10^6$	

## 2 数值计算结果及分析

### 2.1 外加磁场平行于 $x$ 方向

当有沿着  $x$  正向空间均匀分布的外加磁场存在时,液态金属的表面会由静止变得不稳定,首先在两导电边界 ( $y=0.5, z=\pm 0.5$ ) 附近出现较明显的垂直于电流方向的波纹状褶皱. 很快这种褶皱会扩展到整个流体表面. 随着褶皱在  $y$  方向的发展,在其顶端脊处会出现分叉,并破碎成小的液块甚至是液滴,如图 2 所示. 图中分别展示了 2(a)

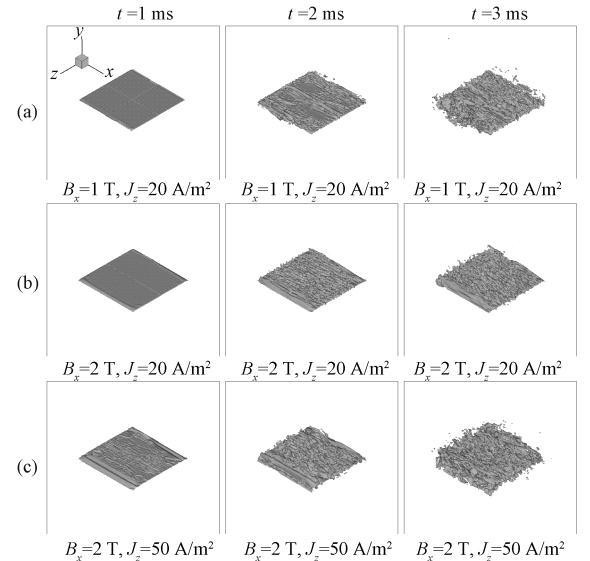


图 2 外加磁场平行于  $x$  方向时金属流体表面变化情况  
Fig. 2 Interfacial evolution when a uniform  $x$ -parallel magnetic field applied

磁场强度为 1 T, 电流密度为 20 A/m<sup>2</sup>, 2(b) 磁场强度为 2 T, 电流密度为 20 A/m<sup>2</sup>, 2(c) 磁场强度为 2 T, 电流密度为 50 A/m<sup>2</sup>. 这 3 种情形下时间  $t=1, 2, 3$  ms 时金属流体的表面形状. 从图中可见, 电流越强, 磁场强度越大, 金属流体 2 的表面越难保持稳定, 流体越容易破碎成更小的液块, 不过电流的作用更明显.

由于  $\boldsymbol{F}_L = \boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B}$ , 当  $\boldsymbol{J}$  沿  $-z$  方向、 $\boldsymbol{B}$  沿正  $x$  方向时, 初始时刻金属流体受到沿  $y$  负向即竖直向下的洛伦兹力的作用. 液态金属瞬时具有向下的速度. 在金属流体的自由表面及以下很短的一段距离内, 这个向下的瞬时速度是很大的, 例如, 当  $B_x = 2$  T,  $J_z = 20$  A/m<sup>2</sup>,  $t = 0.5$  ms 时,  $(0, 0.49, 0)$  处的速度为  $(0.0247, -11.403, 0.0185)$ . 因此, 在磁场的作用下, 这段范围内的金属流体中会产生较大的与外加电流方向相反的动生电流, 使得实际电流方向与外加电流相反. 这样的动生电流会导致自由表面出现波纹. 但是在靠近两侧导电壁面处的流体的速度显然会远小于中间区域流体的速度. 图 3(a) 是  $B_x = 2$  T,  $J_z = 20$  A/m<sup>2</sup> 的情形下  $t = 0.5$  ms 时金属流体内的电流线在  $x = 0$  面上的投影. 此时表面以下极小区域内的电流方向与外加电流的方向相反, 而再下层的液态金属中沿  $-z$  方向的电流线成下凹状, 与上层金属流体中的电流线形成闭合回路. 在自由表面附近靠近两侧壁面处的电流产生的洛伦兹力会使这个局部区域的金属流体内部流线卷曲, 呈现如图 3(b) 示的涡状. 因此图 2 中较明显的褶皱会先出现在两导电边界附近.

### 2.2 外加磁场平行于 $y$ 方向

当外加均匀磁场方向沿着  $y$  正向时,  $t = 0$  时金属流体受到沿  $x$  正向的洛伦兹力的作用, 具有向右的瞬时速度.  $B_y = 2$  T,  $J_z = 20$  A/m<sup>2</sup>,  $t = 0.5$  ms 时  $z = 0$  平面上的流线和压强分布如图 4 所示, 此时  $x = 0$  处的流体速度是最大的.

图 5 分别展示了 5(a) 磁场强度为 1 T, 电流密度为 20 A/m<sup>2</sup>, 5(b) 磁场强度为 2 T, 电流密度为 10 A/m<sup>2</sup>, 5(c) 磁场强度为 2 T, 电流密度为 20 A/m<sup>2</sup>. 这 3 种情形下时间  $t = 1.5, 3.5, 5.5$  ms 时的金属流体的表面形状. 如图所示, 处于平面  $x = 0.5$  上的绝缘壁面处的金属流体沿着壁面切向向上运动. 图 6 是金属流体的上端上升高度随时间的变化,  $h$  是金属流体上端到初始液面的距离. 可

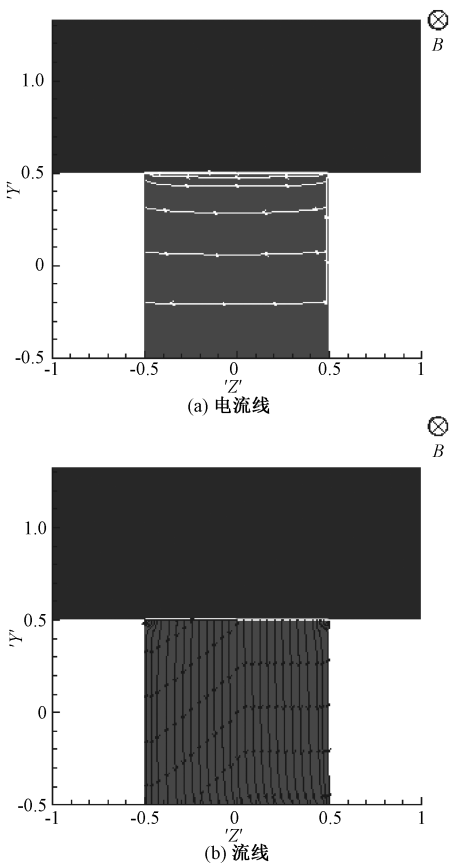


图 3  $B_x = 2\text{ T}$ ,  $J_z = 20\text{ A/m}^2$ ,  $t = 0.5\text{ ms}$  时金属流体在  $x = 0$  面上的电流线和流线  
Fig. 3 Current streamline (a) and streamline (b) on the plane of  $x = 0$  at  $B_x = 2\text{ T}$ ,  $J_z = 20\text{ A/m}^2$ , and  $t = 0.5\text{ ms}$

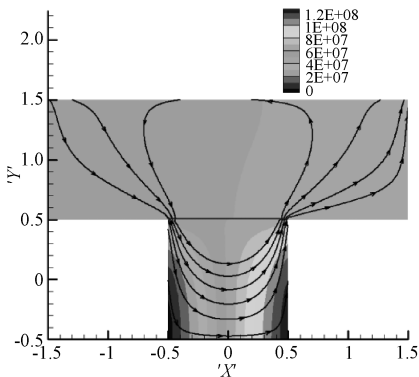


图 4  $B_y = 2\text{ T}$ ,  $J_z = 20\text{ A/m}^2$ ,  $t = 0.5\text{ ms}$  时金属流体在  $z = 0$  面上的压强分布和流线  
Fig. 4 Pressure distribution and streamline on the plane of  $z = 0$  at  $B_y = 2\text{ T}$ ,  $J_z = 20\text{ A/m}^2$ , and  $t = 0.5\text{ ms}$

以看到,金属流体几乎是匀速上升的.流体上升的速度主要由区域 II 中通入的电流大小决定,受磁场强度的影响较小.与之相对的,另一绝缘壁面附

近的金属流体则在向下运动,并且流体的表面会出现垂直于电流方向的波纹状褶皱.这与 2.1 节中的讨论是一致的.当  $B_y = 1\text{ T}$  时,在 2 个导电壁面附近能观察到轻微的射流.当  $B_y = 2\text{ T}$  时,关于面  $z = 0$  对称的向上的射流就非常明显了.伴随着这样的射流的是导电壁面附近的另一部分流体向下运动,从而与壁面之间形成了 2 个对称的凹穴.

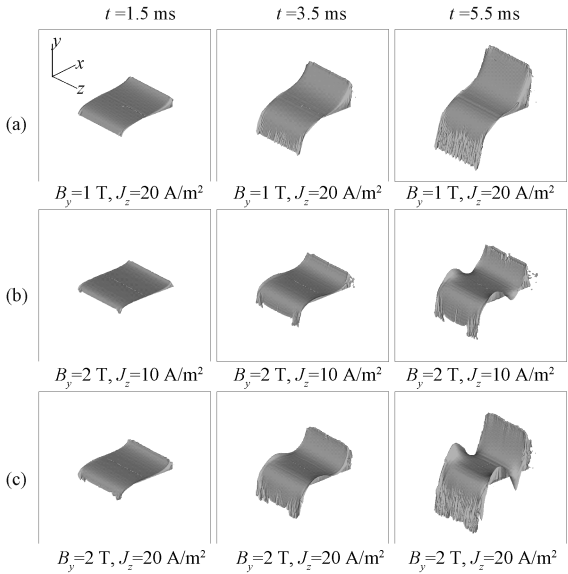


图 5 外加磁场平行于  $y$  方向时金属流体表面变化情况  
Fig. 5 Interfacial evolution when a uniform  $y$ -paralleled magnetic field applied

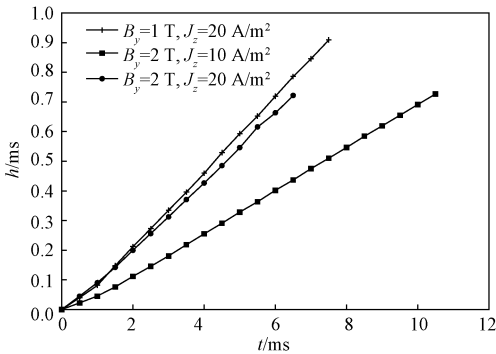


图 6 绝缘壁附近流体高度变化情况  
Fig. 6 Height evolution of liquid metal in vicinity of the  $x = 0.5$  plane

2.3 外加磁场平行于  $z$  方向

外加磁场沿着  $z$  正向时,磁场方向与外加电流方向相反,金属流体自由表面会在电场、磁场和重力场耦合的作用下失稳,产生大量不连续的波纹状褶皱,并迅速破碎成很多液滴.图 7 分别给出 7(a) 磁感应强度为  $1\text{ T}$ ,电流密度为  $20\text{ A/m}^2$ ,



7(b)磁感应强度为 5 T,电流密度为 20 A/m<sup>2</sup>, 7(c)磁感应强度为 1 T,电流密度为 100 A/m<sup>2</sup>. 这 3 种情形下时间  $t = 1.5, 3.0, 4.5$  ms 时的金属流体的表面形状. 由图 7 可知,电流越大、磁场越强,流体表面越快失稳.

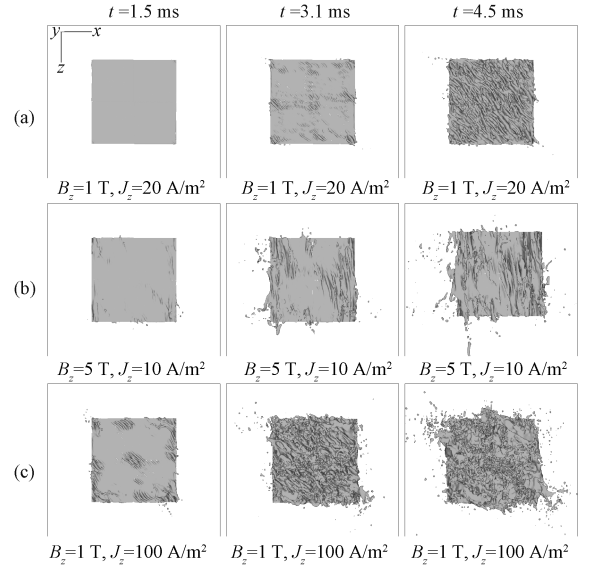


图 7 外加磁场平行于  $z$  方向时金属流体表面变化情况  
Fig. 7 Interfacial evolution when a uniform  $z$ -paralleled magnetic field applied

图 8 是容器内整个计算区域的流体总动能随时间的变化情况. 可以看出,在一定的时间内,当  $z$  向的磁场一定时,外加电流越大,金属流体表面就越快被破碎成更小的液块甚至液滴;同一时刻,区域内的总动能就越大. 当外加电流一定时,增强磁场也会使得流体总动能变大,但作用不及电流明显.

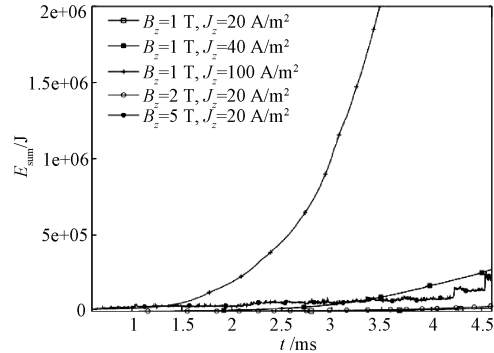


图 8 流体总动能随时间变化情况  
Fig. 8 Time evolution of kinetic energy stored in the whole simulational domain

金属流体表面褶皱的形状、变化以及褶皱顶端破碎之后产生的大量二次液块的运动在总体上

都呈现出一定的方向性. 考察金属流体表面中心处附近的褶皱,其与  $x$  轴之间存在一个小于  $90^\circ$  的夹角  $\alpha$ .  $\alpha$  随时间的变化如图 9 所示. 在本文研究的范围内,  $\alpha$  存在一个最小值,为  $45^\circ$ .  $\alpha$  会随着时间逐渐增大.

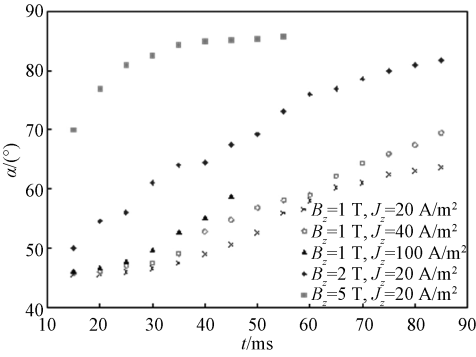


图 9 金属流体表面中间区域的褶皱与  $x$  轴的夹角  
Fig. 9 Angle between  $x$ -axis and drape in the central area of the fluid surface

图 10 给出了  $B_z = 1$  T,  $J_z = 20$  A/m<sup>2</sup>,  $t = 4.5$  ms 时  $y = 0.36$  平面(即距离初始时刻金属流体表面 0.14 m)上的流线形状. 此时该平面全部由金属流体占据. 可以通过流线的分布看到流体内部在这个平面上有 2 个几乎呈中心对称状的涡核,这也说明在金属流体整体都在旋转,同时也验证了图 9 中  $\alpha$  会有变大的趋势. 此外,同一时刻,磁场强度越大,  $\alpha$  越大.

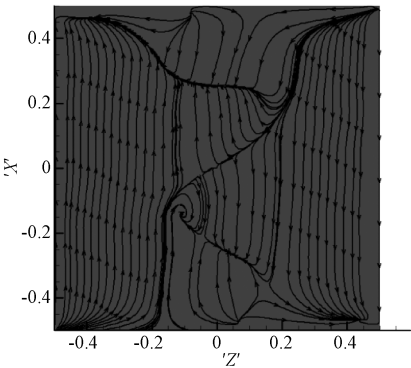


图 10  $B_z = 1$  T,  $J_z = 20$  A/m<sup>2</sup>,  $t = 4.5$  ms 时金属流体在  $y = 0.36$  面上的流线  
Fig. 10 Streamline in the plane of  $y = 0.36$   $B_z = 1$  T,  $J_z = 20$  A/m<sup>2</sup>, and  $t = 4.5$  ms

### 3 总结

本文对向处于均匀磁场中的静止液态金属中通入水平方向电流后的流体运动情况进行数值研

究. 液态金属所处容器有2个相对的壁面导电, 另外2个壁面和底面绝缘. 通过分析发现, 当磁场方向沿水平方向与电流垂直时, 液态金属表面会出现垂直于电流方向的褶皱; 当磁场方向竖直向上时, 一绝缘壁面处的金属流体会匀速上升, 与之相对的绝缘壁面处的流体下降, 导电壁面附近的金属流体形成向上的射流; 当磁场方向平行于电流方向时, 液态金属自由表面形成与 $x$ 轴夹一锐角的褶皱, 且这个角随时间逐渐增大. 在上述3种情况下, 增大电流和磁场, 褶皱均会破碎成大量的二次液块甚至细小的液滴.

如前文所述, 当使用液态金属作为托克马克装置第一壁材料时, 其蒸发或者溅射会造成等离子体的破裂, 因此本文中各种情况下出现的溅射是不利的. 不过, 在别的涉及到液态金属传热传质的场合, 则可以对这种现象加以利用<sup>[15]</sup>.

本文中并没有考虑热量传递的因素. 实际上, 文中使用的电流密度会产生很大的焦耳热, 从而使液态金属中存在温度梯度, 温度梯度在磁场下可以使金属流体产生自搅动等其他复杂现象. 另外, 在实际的托克马克装置中涉及的液态锂第一壁和偏滤器都可能是很薄的缓慢流动的液膜, 因此还会存在马拉高尼效应. 因此, 关于多物理场耦合下的液态金属的运动还有很多需要研究的问题.

## 参考文献

- [1] Badger B, Abdou M A, Boom R W, et al. UWMAK-I, a Wisconsin toroidal fusion reactor design [R]. UWFD-68, University of Wisconsin, 1974, 1.
- [2] Wells W M. A system for handling diverter ion and energy flux based on a lithium droplet cloud [J]. Nuclear Technology Fusion, 1981, 1: 120-127.
- [3] Abdou M A, Team T A, Ying A, et al. On the exploration of innovative concepts for fusion chamber technology [J]. Fusion Engineering and Design, 2001, 54(2): 181-247.
- [4] Whyte D G, Evans T E, Wong C P C, et al. Experimental observations of lithium as a plasma-facing surface in the DIII-D tokamak divertor [J]. Fusion Engineering and Design, 2004, 72(1): 133-147.
- [5] 倪明玖. 磁约束核聚变反应堆研发相关的金属流体力学问题研究 [J]. 中国科学: 物理学, 力学, 天文学, 2013, 43(12): 1 570-1 578.
- [6] Zakharov L E. Magnetic propulsion of intense lithium streams in a tokamak magnetic field [J]. Physical Review Letters, 2003, 90(4): 045 001.
- [7] Molokov S, Moreau R. Magnetohydrodynamics: historical evolution and trends [M]. Dordrecht, Netherlands: Springer, 2007.
- [8] Allain J P, Whyte D G, Brooks J N. Lithium erosion experiments and modelling under quiescent plasma conditions in DIII-D [J]. Nuclear Fusion, 2004, 44(5): 655.
- [9] Gao D, Morley N B, Dhir V. Numerical study of liquid metal film flows in a varying spanwise magnetic field [J]. Fusion Engineering and Design, 2002, 63: 369-374.
- [10] Morley N B, Smolentsev S, Barleon L, et al. Liquid magnetohydrodynamics: recent progress and future directions for fusion [J]. Fusion Engineering and Design, 2000, 51: 701-713.
- [11] Moreau R J. Magnetohydrodynamics [M]. Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers, 1990.
- [12] Ni M J, Munipalli R, Morley N B, et al. A current density conservative scheme for incompressible MHD flows at a low magnetic Reynolds number. Part I: On a rectangular collocated grid system [J]. Journal of Computational Physics, 2007, 227(1): 174-204.
- [13] Bell J B, Colella P, Glaz H M. A second-order projection method for the incompressible Navier-Stokes equations [J]. Journal of Computational Physics, 1989, 85(2): 257-283.
- [14] Zhang J, Ni M J. A consistent and conservative scheme for MHD flows with complex boundaries on an unstructured Cartesian adaptive system [J]. Journal of Computational Physics, 2014, 256: 520-542.
- [15] Bandyopadhyay D, Reddy P D S, Sharma A, et al. Electro-magnetic-field-induced flow and interfacial instabilities in confined stratified liquid layers [J]. Theoretical and Computational Fluid Dynamics, 2012, 26(1/4): 23-28.