

文章编号:2095-6134(2019)06-0729-07

高能电子-质子碰撞中重夸克偶素的遍举产生^{*}

王 晨,陈自强,乔从丰[†]
(中国科学院大学物理科学学院,北京 100049)
(2018 年 5 月 5 日收稿;2018 年 6 月 1 日收修改稿)

Wang C, Chen Z Q, Qiao C F. Exclusive quarkonium production in high energy e-p collision[J]. Journal of University of Chinese Academy of Sciences, 2019, 36(6): 729-735.

摘 要 夸克偶素产生和衰变研究对深入了解量子色动力学(QCD),研究夸克偶素,甚至探索其他高能相互作用和微观粒子的性质都具有重要意义。计算重夸克偶素在电子-质子高能碰撞中的遍举产生,发现它能为探究质子部分子的分布结构,验证非相对论量子色动力学,精确检验微扰 QCD 的适用范围提供有益的帮助。在共线因子化框架下,计算给出 QCD 领头阶重夸克偶素遍举产生的振幅和截面的解析结果,并以 HERA 实验为例,唯象分析 HERA 实验条件下 J/ψ 和 Υ 遍举产生截面随 Q^2 和 $W_{\gamma p}$ 的变化规律,与实验结果进行比对。还讨论了能标和重夸克质量不确定性带来的理论分析误差。

关键词 重夸克偶素;遍举产生;广义部分子分布函数;非相对论量子色动力学
中图分类号: O572.33 **文献标志码:** A **doi:** 10.7523/j.issn.2095-6134.2019.06.002

Exclusive quarkonium production in high energy e-p collision

WANG Chen, CHEN Ziqiang, QIAO Congfeng
(School of Physical Sciences, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract Quarkonium production and decay play an important role in the investigations of quantum chromodynamics(QCD) and the properties of quarkonium and other high energy interactions and particles. In this work, we calculate the heavy quarkonium exclusive production in electron-proton scattering, and find that it may deepen our understanding of the parton structure of nucleon, testify the non-relativistic QCD(NRQCD) formalism, and specify the applicability scope of perturbative QCD(pQCD). Within the collinear factorization framework, we analytically calculate the amplitude and cross section of quarkonium exclusive production at the leading order of pQCD. Taking the HERA experiment of photoproduction and electroproduction as an example, we analyze phenomenologically the cross-section dependence of J/ψ and Υ production on Q^2 and $W_{\gamma p}$. We estimate also the theoretical errors induced by the energy-scale and quark-mass uncertainties.

Keywords heavy quarkonium; exclusive production; GPDs; NRQCD

电子-质子散射几十年来一直是主要的一类 高能物理实验,尤其对研究核子结构做出了非常重

^{*} 国家自然科学基金(11375200,11635009)资助

[†] 通信作者, E-mail: qiaocf@ucas.ac.cn

要的贡献。夸克偶素物理是高能物理研究中的一个重要方向。一来通过研究夸克偶素可以了解重强子的性质,另一方面,由于夸克偶素处于微扰 QCD 适用能标范围以内,对夸克偶素的研究也是了解认识量子色动力学的重要途径。特别是 1995 年非相对论量子色动力学 NRQCD 出现之后^[1],夸克偶素物理研究有了更坚实的理论基础,引发了持续 20 多年的研究热潮。人们计算分析夸克偶素在各种高能实验中的产生过程,研究其衰变性质^[2]。

从 1974 年粲夸克发现以来,夸克偶素遍举产生过程就成为高能物理理论和实验研究的热点课题。它为探究质子内部结构,检验 NRQCD 因子化,进一步了解微扰 QCD 提供了很好的研究平台。在实验方面,对电子-质子散射过程中夸克偶素的产生已经做了很多观测,包括夸克偶素遍举产生过程 $\gamma^* p \rightarrow Vp$ 。其中 V 代表重夸克偶素。如 γ^* 为实光子,则成为光生 (photoproduction) 过程;如为虚光子,则对应电生 (electroproduction) 过程。人们已在各类对撞机上对这些过程进行观察,积累了大量数据,包括铁核固定靶实验中 J/ψ 遍举光生过程^[3-4],HERA 上 J/ψ 的遍举光产生^[5-9],HERA 上 J/ψ 的遍举电产生^[10-13],HERA 上 Υ 的遍举光产生^[5-6],LHC 上 J/ψ 的遍举光产生^[14-15],LHC 上 Υ 的遍举光产生^[16]等。理论方面,随着有关夸克偶素产生和衰变理论的发展、对核子结构认识的深化、计算能力的提高,在这个领域也取得了丰富的研究成果。

夸克偶素遍举产生过程涉及 3 个不同的能标:1) 光子和质子中部分子相互作用产生正反重夸克对。这属于硬过程,可以用微扰 QCD 计算。2) 正反重夸克对演化到夸克偶素。这个强子化过程包含非微扰效应,可用 NRQCD^[1] 因子化方案来处理。3) 质子和参与到硬过程的部分子间的相互作用。这也属非微扰效应,目前主要采取 k_T 因子化和共线因子化两种办法处理。

在早期的理论研究中,人们通常采用 k_T 因子化方案进行计算,主要针对高能极限情况 (小 x 区域) (矢量) 夸克偶素衍射产生展开研究。通常通过 BFKL^[17-18] 重整化群方程对大 $\log(1/x)$ 进行求和。对衍射过程,由于对撞能量远大于其他标度,通常只需考虑振幅虚部的贡献。对于核子部分,则通过引入 k_T 依赖的“积分前” (unintegrated) 胶子分布函数考虑非微扰效应,这样最后得到的振幅将正比于普通的胶子分布

函数。第一个 $\gamma^* p \rightarrow Vp$ 过程是 Ryskin^[19] 完成的。后来,很多研究人员在此基础上不断地完善,考虑胶子分布函数斜度的影响、大 k_T 部分的贡献、相对论修正、实部对截面的贡献等^[20-28]。 k_T 因子化的方法虽然有着坚实的理论基础,但也存在较大的理论不确定性,并且在 k_T 因子化下次领头阶计算非常复杂。

另一方面,人们注意到,当质子的入射动量和出射动量不相等 (nonforward) 时,对应的部分子分布函数和通常意义上的部分子分布函数不同。可以称之为“广义部分子分布函数” (GPDs)。随着 Ji 和 Radyushkin 对“深虚康普顿散射” (DVCS) 过程^[29-31] 和矢量介子遍举产生过程^[32] 的研究,GPDs 逐渐成为研究的热点。共线因子化方案下对 GPDs 普适性的严格证明由 Collins 等完成^[33]。在共线因子化框架下,对重夸克偶素光生过程的研究已经做到了微扰次领头阶^[34-37]。对于电生过程,即初态光子虚度不为零的情况,实验上已有大量观察^[10-13],但理论计算和唯象分析却很有限。本文拟在共线因子化框架下,计算 $\gamma^* p \rightarrow Vp$ 过程,唯象分析 HERA 上 J/ψ 和 Υ 遍举产生截面大小随光子虚度 Q^2 及光子-核子能量 $W_{\gamma p}$ 变化的关系,并与相应实验结果进行比对。

1 计算框架

矢量夸克偶素遍举产生过程的领头阶共有 6 个费曼图。其中 3 个如图 1 所示,另外 3 个可在图 1 基础上由费米子线反向得到。将初末态粒子动量标记为 $\gamma^*(q)p(P) \rightarrow V(q')p(P')$ 。为方便计算和说明,引入“转移动量”和初末态粒子的“平均动量”:

$$\begin{aligned}\Delta &= P' - P, \\ \bar{P} &= \frac{P + P'}{2}, \\ \bar{q} &= \frac{q + q'}{2}.\end{aligned}\quad (1)$$

初末态粒子的质量和运动学不变量标记为:

$$\begin{aligned}P^2 &= P'^2 = M^2, q^2 = -Q^2, q'^2 = m_v^2, \\ s &= (q + P)^2, t = \Delta^2.\end{aligned}\quad (2)$$

在这里,仅对 $|t| \ll W^2, m_v^2, Q^2$ 区域感兴趣。标度 m_v^2 和 Q^2 的出现,为重夸克偶素遍举产生过程提供了大能标,使得可以用微扰 QCD 计算对应的部分子过程。选取 \bar{P} 三动量方向为 z 轴正方向,并引入光锥矢量: $p^\mu = \Lambda(1, 0, 0, 1)$,

$n^\mu=(1,0,0,-1)/(2\Lambda)$, 则可将 \bar{P}, \bar{q}, Δ 进行分解:

$$\begin{aligned}\bar{P}^\mu &= p^\mu + \frac{M^2 - t/4}{2} n^\mu, \\ \bar{q}^\mu &= -\xi p^\mu + \frac{Q^2 - Q'^2}{4\xi} n^\mu, \\ \Delta^\mu &= -2\eta p^\mu + \eta(M^2 - t/4) n^\mu + \Delta_\perp^\mu.\end{aligned}\tag{3}$$

这里新引入 2 个标度参量 ξ 和 η :

$$\begin{aligned}\xi &\approx \frac{Q^2 - Q'^2}{2s + Q^2 - Q'^2}, \\ \eta &\approx \frac{Q^2 + Q'^2}{2s + Q^2 - Q'^2}.\end{aligned}\tag{4}$$

对于夸克偶素产生过程中的长程效应, 采用 NRQCD 因子化来处理。在计算中需要用到正反重夸克对到相应夸克偶素 Fock 态的投影^[38]。对于 S 波自旋三重态, 在忽略重夸克间的相对动量, 即在非相对论近似领头阶时, 投影算符可表示为

$$v(q_2)_i \bar{u}(q_1)_j \rightarrow -\frac{\delta_{ij}}{2\sqrt{N_c} m_v} \frac{R_s(0)}{\sqrt{4\pi}} \not{\epsilon}^*(q' + m_v), \tag{5}$$

式中: i, j 表示颜色指标; $R_s(0)$ 为夸克偶素径向

零点波函数。它的取值既可以由势模型计算, 也可以通过将夸克偶素衰变到轻子对过程的理论结果与实验测量相比较得到。

对应我们要计算的过程, 显然地, 在领头阶参与相互作用的部分子为胶子。核子内胶子的密度分布可以表示为双胶子场对应的光锥矩阵元。选取光锥规范时可以忽略表达式中的 $P\{\}$ (path-ordering) 项, 即

$$\begin{aligned}&\int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{i\lambda x} \left\langle P' \left| A_\mu^a \left(-\frac{\lambda n}{2} \right) A_\nu^b \left(\frac{\lambda n}{2} \right) \right| P \right\rangle \\ &= -\frac{1}{2} \frac{\delta^{ab}}{N_c^2 - 1} \frac{1}{(x - \eta + i\epsilon)(x + \eta - i\epsilon)} \times \\ &\quad (g_\perp^{\mu\nu} F^g(x, \eta, t) + i\epsilon_\perp^{\mu\nu} \tilde{F}^g(x, \eta, t)).\end{aligned}\tag{6}$$

式中: a, b 是胶子颜色指标; $g_\perp^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - p^\mu n^\nu - n^\mu p^\nu$; $\epsilon_\perp^{\mu\nu} = \epsilon^{\eta\mu\nu}$ 。 $F^g(x, \eta, t)$ 和 $\tilde{F}^g(x, \eta, t)$ 的定义与文献[39] 相同。事实上通过计算可以发现, 在 $|t| \ll W^2, m_v^2, Q^2$ 区域, $\tilde{F}^g(x, \eta, t)$ 项并没有贡献。这个结论与文献[40] 一致。

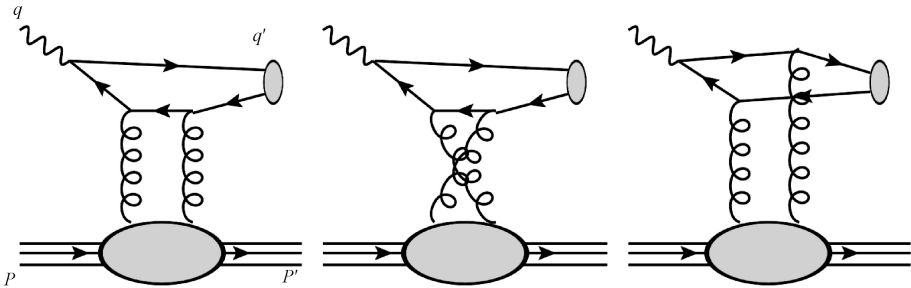


图 1 夸克偶素遍举产生过程领头阶费曼图

Fig.1 Feynman diagrams for quarkonium exclusive production at LO

2 解析结果

首先考虑 $\Delta_\perp = 0$ 的情形, $\Delta_\perp \neq 0$ 的情况将在本节最后讨论。 $\Delta_\perp = 0$ 时, 入射光子和出射重介子的运动方向都平行于 z 轴。因此, 它们的横向极化矢量可以表示为 $\epsilon^{(\pm)} = (0, 1, \pm i, 0)/\sqrt{2}$, 光子的纵向极化表示为 $\epsilon_y^0 = (q_z, 0, 0, E_z)/Q$, 夸克偶素的纵向极化则为 $\epsilon_v^0 = (q'_z, 0, 0, E'_z)/m_v$ 。用 λ 表示光子的极化, λ' 表示夸克偶素的极化, $\mathcal{M}^{\lambda\lambda'}$ 为对应的螺旋度振幅。通过标准的场论计算可得

$$\mathcal{M}^{++} = -\frac{16g_e m_v \pi^{3/2} \alpha^{1/2} \alpha_s}{m_v^2 + Q^2} \frac{1}{\eta}.$$

$$\left[\mathcal{H}^g \psi(P', M) \not{n} \psi(P, M) + \right.$$

$$\left. i\epsilon^g \psi(P', M) \frac{\sigma^{n\Delta}}{2M} \psi(P, M) \right]. \tag{7}$$

之外, 螺旋度振幅 $\mathcal{M}^{--} = \mathcal{M}^{++}$, $\mathcal{M}^{00} = -\frac{Q}{m_v} \mathcal{M}^{++}$,

其余的螺旋度振幅为 0。这意味着初态是实光子的情况下, 末态的夸克偶素全部只有横向极化, 这符合强相互作用螺旋度守恒的要求。式(7) 中的 \mathcal{H}^g 和 ϵ^g 定义为

$$\begin{aligned}\mathcal{H}^g &= \int_{-1}^1 dx H^g(x, \eta, t) \left[\frac{1}{x - \eta + i\epsilon} - \frac{1}{x + \eta - i\epsilon} \right], \\ \epsilon^g &= \int_{-1}^1 dx E^g(x, \eta, t) \left[\frac{1}{x - \eta + i\epsilon} - \frac{1}{x + \eta - i\epsilon} \right].\end{aligned}\tag{8}$$

注意, $H^g(x, \eta, t)$ 和 $E^g(x, \eta, t)$ 是 x 的偶函数。在向前(forward) 极限下 $H^g(x, \eta, t)$ 可以过渡到

普通的部分子分布函数: $H^g(x, 0, 0) = xg(x)$ 。对于 $E^g(x, \eta, t)$ 则没有类似性质。

根据式(7), 可以计算出 $\Delta_{\perp} = 0$ 处的微分截面, 即

$$\frac{d\sigma(\gamma^* p \rightarrow Vp)}{d\Delta_{\perp}^2} \Big|_{\Delta_{\perp}=0} = \frac{|R_s(0)|^2}{16\pi s(s-m_v^2)} \frac{256\pi^2\alpha\alpha_s^2}{27} \frac{m_v}{(m_v^2+Q^2)^2} \times \frac{|1-(1-\eta^2)\mathcal{H}^g+\eta^2\varepsilon^g|^2}{\eta^2(1-\eta^2)} \left(1+\frac{Q^2}{m_v^2}\epsilon(y)\right). \quad (9)$$

式(9)第3行中的两项分别表示横向极化光子和纵向极化光子对微分截面的贡献。参数 ϵ 是虚光子的极化参数。在电子-核子散射中, 它可以表示成 $y = \frac{P \cdot q}{P \cdot k}$ 的函数, 即: $\epsilon(y) = (1-y) \Big/ \left(1-y+\frac{1}{2}y^2\right)$ 。在大部分夸克偶素遍举产生实验中, ϵ 的值非常接近 1。

对截面 Δ_{\perp} 依赖的描述通常有两种分析方法。第一种是 GPDs 的 t 依赖假设, 即假定 $H^{q,g}(x, \eta, t) = \frac{1}{2}F_1^{q,g}(t)H(x, \eta, 0)$ 。对于价夸克的情况, $F_1^q(t)$ 可以通过质子和中子的电磁形状因子组合得到。对于胶子的情况, $F_1^g(t)$ 和 $G^{\mu\alpha}G_{\mu}^{\beta}$ 的形状因子相关, 而这是一个无法直接测量的量。虽然可以通过引入模型的方法对 $G^{\mu\alpha}G_{\mu}^{\beta}$ 的形状因子进行估计, 但这样做会引入额外的理论不确定性。因此我们采用第2种办法, 假设截面对 Δ_{\perp} 满足如下关系

$$\frac{d\sigma}{d\Delta_{\perp}^2} = \left(\frac{d\sigma}{d\Delta_{\perp}^2} \Big|_{\Delta_{\perp}=0} \right) e^{-b\Delta_{\perp}^2}. \quad (10)$$

参数 b 称为“斜率”(slope) 参数。在坡密子(Pomeron) 理论中, $b(W) = b_0 + 4\alpha' \ln(W/W_0)$ 。式(10)中各参数可以通过对实验数据的拟合得到。

3 数值结果

这部分考虑 J/ψ 和 Υ 在 HERA 上的产生。为分析重夸克质量引起的不确定性, 取粲夸克质量 $m_c = \{1.4, 1.5, 1.6\}$ GeV, 底夸克质量 $m_b = \{4.8, 4.9, 5.0\}$ GeV。因子化能标 $\mu = r(m_v^2 + Q^2)/4$ 。为估计能标变化所带来的不确定性, r 取3个值: $\{0.5, 1.0, 2.0\}$ 。计算强相互作用耦合参

数取次领头阶时的值: $\frac{\alpha_s(\mu)}{4\pi} = \frac{1}{\beta_0 L} - \frac{\beta_1 \ln L}{\beta_0^3 L^2}$ 。对于夸克偶素径向零点波函数, 采用势模型^[41] 的结果, 即: $|R_s^{J/\psi}(0)|^2 = 0.810 \text{ GeV}^3$ 和 $|R_s^{\Upsilon}(0)|^2 = 6.477 \text{ GeV}^3$ 。

在截面的数值计算中, 还需要对 GPDs 进行数值估计。对于 $H^g(x, \eta, t)$, 依据“双分布”(double distributions) 模型^[42-44] 进行数值模拟。具体计算方法可参考文献[44]的第2部分。图2展示不同 η 和 μ^2 下, \mathcal{H}^g 的实部和虚部之比。可以发现, 随着 η 和 μ^2 的减小, 虚部贡献所占的比例逐渐增大。这和高能极限下(衍射过程), 振幅虚部对截面贡献占主导的结论是一致的。但在我们的唯象学分析中, $\mu = r(m_v^2 + Q^2)/4$, 因此实部的贡献会随着光子虚度的增大(偏离衍射)而增大。对于 $E^g(x, \eta, t)$, 目前尚无很好的模型可用于唯象学计算。但根据式(9), ε^g 项有系数 η^2 压低。因此, 我们将这部分贡献忽略。这也是对 DVCS 和重夸克偶素遍举产生过程做唯象学研究时普遍采取的做法。

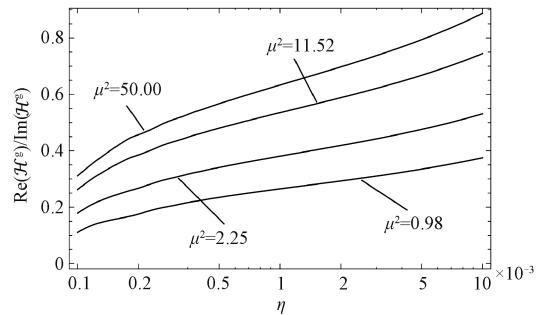


图2 不同 η 和 μ^2 下, \mathcal{H}^g 的实部和虚部之比
Fig.2 Ratio of $\text{Re}(\mathcal{H}^g)$ to $\text{Im}(\mathcal{H}^g)$ at different η and μ^2 values

下面分析 J/ψ 在 HERA 上的产生。斜率参量 b 及 t 取 H1 实验组所取的实验参数^[13]。图3展示 J/ψ 遍举产生截面对 Q^2 及 $W_{\gamma p}$ 的依赖关系。其中, 误差棒表示 H1 实验组的实验结果^[13]; 不同形状的实心点表示我们的计算结果及理论不确定性。圆点组成的上边界对应的参数选取为: $r = 2.0, m_c = 1.4 \text{ GeV}$; 处于中间的方形点对应: $r = 1.0, m_c = 1.5 \text{ GeV}$; 三角形点组成的下边界对应: $r = 0.5, m_c = 1.6 \text{ GeV}$ 。图4(a)~4(d) 分别对应 $W_{\gamma p} = 90 \text{ GeV}$, $Q^2 = 3.2 \text{ GeV}^2$, $Q^2 = 7.0 \text{ GeV}^2$ 和 $Q^2 = 22.4 \text{ GeV}^2$ 。可以

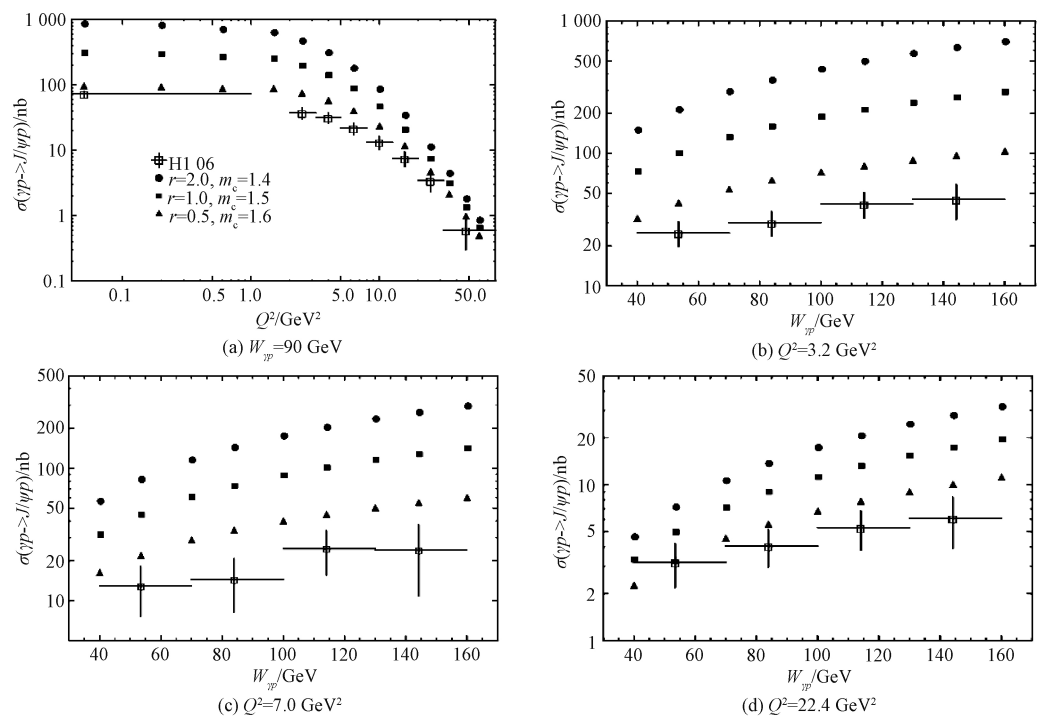


图 3 HERA 上 J/ψ 遍举产生唯象学分析

Fig.3 The cross section for J/ψ exclusive production at HERA

看出,计算结果较实验数据普遍偏大,尤其是当 $W_{\gamma p}$ 较大或 Q^2 较小时。在同样情况下,能标和质量引起的不确定度也相当大。究其原因,可以用小 x 区域胶子部分子分布函数随能标的增大而迅速增大来解释。

对 Υ 在 HERA 上的遍举产生,由于缺少相应实验数据,我们简单地取斜率参量 $b=4.4\text{ GeV}^{-2}$,同时假定总截面 $\sigma=\frac{1}{b}\left(\frac{d\sigma}{d\Delta_{\perp}^2}\right)_{\Delta_{\perp}=0}$ 。图 4(a)展示光产生情况下实验和理论的结果。图中各标记

的含义和 J/ψ 的情况类似,误差棒表示实验测量结果^[5-6],圆点组成的上边界对应的参数选取为: $r=2.0, m_b=4.8\text{ GeV}$,处于中间的方形点对应: $r=1.0, m_b=4.9\text{ GeV}$,三角形点组成的下边界对应: $r=0.5, m_b=5.0\text{ GeV}$ 。图 4(b)预言了 $W_{\gamma p}=143\text{ GeV}$ 时,总截面 $\sigma(\gamma^* p \rightarrow \Upsilon p)$ 的 Q^2 依赖关系,这可留待未来实验数据分析对此进行验证。可以发现,相较于 J/ψ , Υ 的产生截面对能标的依赖性相对较弱,在光产生情况下,理论大致可以解释实验。

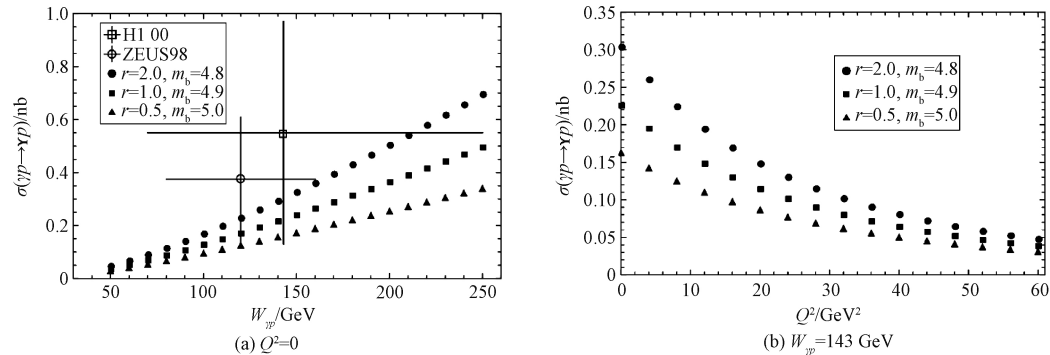


图 4 HERA 上 Υ 遍举产生唯象学分析

Fig.4 The cross section for Υ exclusive production at HERA

4 总结

本文在共线因子化的框架下,计算微扰量子色动力学领头阶下重夸克偶素在电子-质子散射过程中的遍举产生过程,给出相应振幅和截面的解析表达式。还唯象分析 HERA 实验中 J/ψ 和 Υ 遍举产生截面对光子虚度 Q^2 和撞能量 $W_{\gamma p}$ 的依赖关系,并与实验结果进行比较。发现对于 J/ψ 遍举产生,理论计算值明显大于实验测量值,特别是在小 x 区域。对于 Υ 遍举光产生,在考虑实验和理论误差的情况下,可以解释实验。通过取不同的重夸克质量和不同的因子化能标,估计理论不确定性。发现在小 x 区域,能标引起的不确定性非常大。这一方面说明在小 x 区域,胶子分布函数本身有很大的不确定度,另一方面说明在这些过程中,高阶修正的贡献非常大,未来有必要进一步研究。

最后需要特别指出的是,对夸克偶素在电子-质子碰撞中遍举产生的研究,非常有益于了解推广的部分子分布函数(GPD)。

参考文献

- [1] Bodwin G T, Braaten E, Lepage G P. Rigorous QCD analysis of inclusive annihilation and production of heavy quarkonium [J]. Phys Rev D, 1995, 51(3): 1 125-1 171.
- [2] Quarkonium Working Group. Heavy quarkonium physics[G]. arXiv: hep-ph/0412158.
- [3] Binkley M, Bohler C, Butler J, et al. J/ψ photoproduction from 60 to 300 GeV/c [J]. Phys Rev Lett, 1982, 48(2): 73-76.
- [4] Denby B H, Bharadwaj V K, Summers D J, et al. Inelastic and elastic photoproduction of $J/\psi(3 097)$ [J]. Phys Rev Lett, 1984, 52(10): 795-798.
- [5] Breitweg J, Derrick M, Krakauer D, et al. Measurement of elastic Υ photoproduction at HERA [J]. Phys Lett B, 1998, 437(3/4): 432-444.
- [6] Adloff C, Andreev V, Andrieu B, et al. Elastic photoproduction of J/ψ and Υ mesons at HERA [J]. Phys Lett B, 2000, 483(1-3): 23-35.
- [7] Aid S, Andreev V, Andrieu B, et al. Elastic and inelastic photoproduction of J/ψ mesons at HERA [J]. Nucl Phys B, 1996, 472(1/2): 3-31.
- [8] Breitweg J, Derrick M, Krakauer D, et al. Measurement of elastic J/ψ photoproduction at HERA [J]. Z Phys C, 1997, 75(2): 215-228.
- [9] Chekanov S, Krakauer D, Magill S, et al. Exclusive photoproduction of J/ψ mesons at HERA [J]. Eur Phys J C, 2002, 24(3): 345-360.
- [10] Aid S, Andreev V, Andrieu B, et al. Elastic electroproduction of ρ and J/ψ mesons at large Q^2 at HERA [J]. Nucl Phys B, 1996, 468(1/2): 3-33.
- [11] Breitweg J, Chekanov S, Derrick M, et al. Exclusive electroproduction of ρ^0 and J/ψ mesons at HERA [J]. Eur Phys J C, 1999, 6(4): 603-627.
- [12] Chekanov S, Derrick M, Loizides J H, et al. Exclusive electroproduction of J/ψ mesons at HERA [J]. Nucl Phys B, 2004, 695(1/2): 2-37.
- [13] Aktas A, Andreev V, Anthonis T, et al. Elastic J/ψ production at HERA [J]. Eur Phys J C, 2006, 46(3): 585-603.
- [14] Aaij R, Beteta C A, Adametz A, et al. Exclusive J/ψ and $\psi(2S)$ in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV [J]. J Phys G, 2013, 40(4): 045 001.
- [15] Aaij R, Adeva B, Adinolfi M, et al. Updated measurements of exclusive J/ψ and $\psi(2S)$ production cross-sections in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV [J]. J Phys G, 2014, 41(5): 055 002.
- [16] Aaij R, Adeva B, Adinolfi M, et al. Measurement of the exclusive Υ production cross-section in pp collisions at $\sqrt{7}$ TeV and 8 TeV [J]. JHEP, 2015(9): 84.
- [17] Kuraev E A, Lipatov L N, Fadin V S. The pomeron singularity in nonabelian gauge theories [J]. Sov Phys JETP, 1977, 45(2): 199-204.
- [18] Balitsky I I, Lipatov L N. The pomeron singularity in quantum chromodynamics [J]. Sov J Nucl Phys, 1978, 28: 822-829.
- [19] Ryskin M G. Diffractive J/ψ electroproduction in LLA QCD [J]. Z Phys C, 1993, 57(1): 89-92.
- [20] Frankfurt L, Koepf W, Strikman M. Hard diffractive electroproduction of vector mesons in QCD [J]. Phys Rev D, 1996, 54(5): 3 194-3 215.
- [21] Levin E M, Martin A D, Ryskin M G, et al. Diffractive open charm production at HERA [J]. Z Phys C, 1997, 74(4): 671-685.
- [22] Ryskin M G, Roberts R G, Martin A D, et al. Diffractive J/ψ photoproduction as a probe of the gluon density [J]. Z Phys C, 1997, 76(2): 231-239.
- [23] Martin A D, Ryskin M G, Teubner T. QCD description of diffractive ρ meson electroproduction [J]. Phys Rev D, 1997, 55(7): 4 329-4 337.
- [24] Hoodbhoy P. Wave function corrections and off-forward gluon distributions in diffractive J/ψ electroproduction [J]. Phys Rev D, 1997, 56(1): 388-393.
- [25] Martin A D, Ryskin M G, Teubner T. Q^2 dependence of diffractive vector meson electroproduction [J]. Phys Rev D, 2000, 62: 014 002.
- [26] Martin A D, Ryskin M G, Teubner T. Υ photoproduction at HERA compared to estimates of perturbative QCD [J]. Phys Lett B, 1999, 454(3/4): 339-345.
- [27] Martin A D, Nockles C, Ryskin M G, et al. Small x gluon

- from exclusive J/ψ production [J]. Phys Lett B, 2008, 662(3): 252-258.
- [28] Jones S P, Martin A D, Ryskin M G, et al. Probes of the small x gluon via exclusive J/ψ and Υ production at HERA and the LHC [J]. JHEP, 2013(11): 85.
- [29] Radyushkin A V. Scaling limit of deeply virtual compton scattering [J]. Phys Lett B, 1996, 380(2-4): 417-425.
- [30] Ji Xiangdong. Gauge-Invariant decomposition of nucleon spin [J]. Phys Rev Lett, 1997, 78(4): 610-613.
- [31] Ji Xiangdong. Deeply virtual Compton scattering [J]. Phys Rev D, 1997, 55(11): 7 114-7 125.
- [32] Radyushkin A V. Asymmetric gluon distributions and hard diffractive electroproduction [J]. Phys Lett B, 1996, 385Z (1-4): 333-342.
- [33] Collins J C, Frankfurt L, Strikman M. Factorization for hard exclusive electroproduction of mesons in QCD [J]. Phys Rev D, 1997, 56(5): 2 982-3 006.
- [34] Ivanov D Y, Schafer A, Szymanowski L, Krasnikov G. Exclusive photoproduction a heavy vector meson in QCD [J]. Eur Phys J C, 2004, 34(3): 297-316.
- [35] Ivanov D Y, Pire B, Szymanowski L, et al. Probing GPDs in ultraperipheral collisions [C]// AIP Conf Proc 2015, 1654: 090 003.
- [36] Jones S P, Martin A D, Ryskin M G, et al. Exclusive J/ψ and Υ photoproduction and the low x gluon [J]. J Phys G, 2016, 43(3): 035 002.
- [37] Jones S P, Martin A D, Ryskin M G, et al. The exclusive J/ψ process at the LHC tamed to probe the low x gluon [J]. Eur Phys J C, 2016, 76(11): 633.
- [38] Braaten E, Lee J. Exclusive double-charmonium production from e^+e^- annihilation into a virtue photon [J]. Phys Rev D, 2003, 67: 054 007.
- [39] Diehl M. Generalized parton distributions [J]. Phys Rept, 2003, 388(2-4): 41-277.
- [40] Vantinen M, Mankiewicz L. Hard exclusive J/ψ leptonproduction on polarized targets [J]. Phys Lett B, 1998, 434(1/2): 141-146.
- [41] Eichten E J, Quigg C. Quarkonium wave functions at the origin [J]. Phys Rev D, 1995, 52(3): 1 726-1 728.
- [42] Radyushkin A V. Double distributions and evolution equations [J]. Phys Rev D, 1999, 59: 014030.
- [43] Radyushkin A V. Symmetries and structure of skewed and double distributions [J]. Phys Lett B, 1999, 449(1/2): 81-88.
- [44] Freund A, McDermott M, Strikman M. Modeling generalized parton distributions to describe deeply virtual Compton scattering data [J]. Phys Rev D, 2003, 67: 036 001.